Aproksymacja kwadratowa

szukamy dla zbioru danych

$$\hat{f}(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2$$

wprowadzamy

$$\varphi_1(x) \equiv 1, \qquad \varphi_2(x) = x, \qquad \varphi_3(x) = x^2$$

Wtedy $\hat{f}(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + a_3\varphi_3(x)$

Błąd średniokwadratowy G

$$G(a_1, a_2, a_3) = \sum_{j=1}^{n} \left[a_1\varphi_1(x_j) + a_2\varphi_2(x_j) + a_3\varphi_3(x_j) - y_j\right]^2$$

Punkt (a_1, a_2, a_3) gdzie $G(a_1, a_2, a_3)$ jest minimalny spełnia

$$\frac{\partial G}{\partial a_1} = 0, \qquad \frac{\partial G}{\partial a_2} = 0, \qquad \frac{\partial G}{\partial a_3} = 0$$

To prowadzi do równań

$$0 = \frac{\partial G}{\partial a_i} = \sum_{j=1}^{n} 2\left[a_1\varphi_1(x_j) + a_2\varphi_2(x_j) + a_3\varphi_3(x_j) - y_j\right]\varphi_i(x_j)$$

dla $i = 1, 2, 3.$ Po przekształceniach

otrzymujemy:

$$\left[\sum_{j=1}^{n} \varphi_1(x_j)\varphi_i(x_j)\right] a_1 + \left[\sum_{j=1}^{n} \varphi_2(x_j)\varphi_i(x_j)\right] a_2$$

$$+ \left[\sum_{j=1}^{n} \varphi_3(x_j)\varphi_i(x_j)\right] a_3 = \sum_{j=1}^{n} y_j\varphi_i(x_j), \qquad i = 1, 2, 3$$

układ 3 równań liniowych

z trzema niewiadomymi